

式の計算① (公式・説明)

まず、基本的な用語について説明していきます。

- **単項式** → 数と文字の積で表された式 (例: $2, x, 3xy$)
- **係数** → 単項式の数の部分 (例: $3xy \rightarrow 3, -2ab^2 \rightarrow -2$)
- **次数** → 同じ文字を書いた回数のこと (例: $2xy^3 \rightarrow$ 次数 4)
- **多項式** → 複数の単項式の和で表された式例: $3a^2 + 2ab^2 - 7b^3$)
- **項** → 多項式中のそれぞれの単項式のこと (例: 上の式の $3a^2, 2ab^2, -7b^3$)
- **整式** → 単項式と多項式をまとめた呼びかた
- **同類項** → 文字の部分が同じ項のこと (例: $2ab$ と $-4ab$)
- **定数項** → 文字を含まない項 (例: $2x^2 + 4x - 1 \rightarrow -1$)
- **n 次式** → 最も次数が大きい項が n 次である式 (例: $ab + ab^2 - 3a^2b^2 \rightarrow 4$ 次式)

これらの用語は問題を解いていく中で出てくることが多いので頑張って覚えていきましょう。

多項式を書くとき、書き方には**降べきの順**と**昇べきの順**2つの書き方があります。降べきの順とは次数が大きいものから書く書き方で、昇べきの順は次数が小さいものから書く書き方です。例えば下のような感じです。

降べきの順: $2x^2 + 3x - 1$

昇べきの順: $-1 + 3x + 2x^2$

ただ、昇べきの順で書くことはほとんどありません。

では、ここまでの内容を例題で確認してみましょう。

例題

問1. 次の単項式の係数と次数を答えなさい。

(1) $2a^2$ (2) $-3ab$ (3) $\frac{2}{3}ab^3$ (4) $-5a^2bc^3$

問2. 次の多項式の項と何次式であるか答えなさい。

(1) $2x^2 - 3x - 4$ (2) $2x^2 + 3xy + y^2$ (3) $xy^3 + x^2y - 6x + 4$

問3. 次の多項式を x について降べきの順と昇べきの順に並び替えなさい。

(1) $3xy + x^4 - 2y^2 + 9x^2$ (2) $xy^3 + x^2y^2 - 3x + y + x^3y$

解答

問1

- (1) 係数 2 次数 2 (2) 係数 -3 次数 2 (3) 係数 $\frac{2}{3}$ 次数 4
(4) 係数 -5 次数 6

問2

- (1) 項 $2x^2, -3x, -4$ 2次式 (2) 項 $2x^2, 3xy, y^2$ 2次式
(3) 項 $xy^3, x^2y, -6x, 4$ 4次式

問3

- (1) 降べきの順 $x^4 + 9x^2 + 3yx - 2y^2$ 昇べきの順 $-2y^2 + 3yx + 9x^2 + x^4$
(2) 降べきの順 $yx^3 + x^2 + (y^3 - 3)x + y$ 昇べきの順 $y + (y^3 - 3)x + x^2 + yx^3$

式の計算① (問題 1)

例題

問 1. 次の単項式の係数と次数を答えなさい.

(1) $5a$ (2) $-7a^3b^2c^5$ (3) $\frac{1}{5}a^2b^2$ (4) $-\frac{3}{2}a^3bc^3$

問 2. 問 1 のそれぞれの単項式について, a, b, c に注目したときの係数と次数をそれぞれ答えなさい.

問 3. 次の式を x についての式とみたとき, 同類項をまとめ, 式の次数を答えよ.

(1) $x^3y + 2xy^2 - 3x^3 + 4 - xy^2$ (2) $xy^2 - x^3y^2 - 3 + 5x - x^2y^2 + 2$ (3) $2xy - 3x^3y^2 - xy^2 + 1 + x^3y$
(4) $x^2 + xyz + x^2z + yz + xz + x^2y$

問 4. 問 3 のそれぞれの式を y についての式とみたとき, 同類項をまとめ, 式の次数を答えよ.

問 5. 次の式を x について降べきの順に並び替えよ.

(1) $2y + x^2 + 9 - 3xy + 2x^3$ (2) $x^2 - 3xy^2 + 3y^2 + 2x^2y - xy$ (3) $xyz + 3x^4y - 2x^2z + xy^2z^2 - 9$
(4) $x^2yz^2 + 3x^6z^3 - x^3 + xy^4 - x^2y^3z$

解答

問 1.

(1) (1) 係数 5 次数 1 (2) 係数 -7 次数 10 (3) 係数 $\frac{1}{5}$ 次数 4 (4) 係数 $-\frac{3}{2}$ 次数 7

問 2.

(1)	$a \cdots$ 係数 5 次数 1 $b \cdots$ 係数 $5a$ 次数 0 $c \cdots$ 係数 $5a$ 次数 0	(2)	$a \cdots$ 係数 $-7b^2c^5$ 次数 3 $b \cdots$ 係数 $-7a^3c^5$ 次数 2 $c \cdots$ 係数 $-7a^3b^2$ 次数 5
(3)	$a \cdots$ 係数 $\frac{1}{5}b^2$ 次数 2 $b \cdots$ 係数 $\frac{1}{5}a^2$ 次数 2 $c \cdots$ 係数 $\frac{1}{5}a^2b^2$ 次数 0	(4)	$a \cdots$ 係数 $-\frac{3}{2}bc^3$ 次数 3 $b \cdots$ 係数 $-\frac{3}{2}a^3c^3$ 次数 1 $c \cdots$ 係数 $-\frac{1}{2}a^3b$ 次数 3

問 3

(1)

$$\begin{aligned} & x^3y + 2xy^2 - 3x^3 + 4 - xy^2 \\ &= (y-3)x^3 + (2y^2 - y^2)x + 4 \quad 3 \text{ 次式} \\ &= (y-3)x^3 + y^2x + 4 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} & 2xy - 3x^3y^2 - xy^2 + 1 + x^3y \\ &= (-3y^2 + y)x^3 + (-y^2 + 2y)x + 1 \quad 3 \text{ 次式} \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} & xy^2 - x^3y^2 - 3 + 5x - x^2y^2 + 2 \\ &= -y^2x^3 - y^2x^2 + (y^2 + 5)x - 3 + 2 \quad 3 \text{ 次式} \\ &= -y^2x^3 - y^2x^2 + (y^2 + 5)x - 1 \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} & x^2 + xyz + x^2z + yz + xz + x^2y \\ &= (y + z + 1)x^2 + (yz + z)x + yz \quad 2 \text{ 次式} \end{aligned}$$

問 4

(1)

$$\begin{aligned} & x^3y + 2xy^2 - 3x^3 + 4 - xy^2 \\ &= (2x - x)y^2 + x^3y - 3x^3 + 4 \quad 2 \text{ 次式} \\ &= xy^2 + x^3y - 3x^3 + 4 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} & 2xy - 3x^3y^2 - xy^2 + 1 + x^3y \\ &= (-3x^3 - x)y^2 + (x^3 + 2x)y + 1 \quad 2 \text{ 次式} \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} & xy^2 - x^3y^2 - 3 + 5x - x^2y^2 + 2 \\ &= (-x^3 - x^2 + x)y^2 + 5x - 1 \quad 2 \text{ 次式} \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} & x^2 + xyz + x^2z + yz + xz + x^2y \\ &= (x^2 + xz + z)y + x^2 + x^2z + xz \quad 1 \text{ 次式} \end{aligned}$$

問 5

(1)

$$\begin{aligned} & 2y + x^2 + 9 - 3xy + 2x^3 \\ &= 2x^3 + x^2 - 3xy + 2y + 9 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} & xyz + 3x^4y - 2x^2z + xy^2z^2 - 9 \\ &= 3yx^4 - 2zx^2 + (y^2z^2 + yz)x - 9 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} & x^2 - 3xy^2 + 3y^2 + 2x^2y - xy \\ &= (2y + 1)x^2 + (-3y^2 - y)x + 3y^2 \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} & x^2yz^2 + 3x^6z^3 - x^3 + xy^4 - x^2y^3z \\ &= 3z^3x^6 - x^3 + (-y^3z + yz^2)x^2 + y^4x \end{aligned}$$